

群れの持つ計算能力の解明

—スワームオートマトンを用いて—

藤岡 薫

福岡女子大学国際文理学部

Exploring the computational power of swarms: Using swarm automata

Kaoru FUJIOKA

International College of Arts and Sciences, Fukuoka Women's University

1-1-1 Kasumigaoka, Higashi-ku, Fukuoka 813-8529, Japan

(令和6年1月25日受理)

1. 背景

自然界で見られる現象に潜んでいる計算的な性質や原理のメカニズムを自然計算 (Natural Computing) と呼ぶことにすると、近年では多重集合の書き換え規則を用いて自然計算を扱う数理モデルが提案されている。多重集合とは、要素の重複を許し要素数も考慮した集合を意味する。多重集合を用いた自然計算の代表例としては、まず Georghe Păun により提案された P システムが挙げられる¹⁾。これは生物の細胞に着想を得て細胞膜の構造や機能をモデル化し計算に利用しているため、膜計算モデル (Membrane Computing) としても知られている。P システムでは細胞に含まれる分子が多重集合で表され、この多重集合は膜によって分類される領域内において書き換え規則が適用されて分子が変化を起こす。一方で、Rozenberg らにより提案された代謝系などの化学反応をモデル化した反応システム (Reaction system) も注目されてきた²⁾。反応システムにおいては、化学反応が反応分子と抑制分子を用いた反応規則により定義されており、多重集合で表される分子が反応規則に従い変化するモデルである。これらの P システムや反応システムについてはこれまでに多くの派生モデルが提案され、それらの計算能力が研究されている。

一方で、昆虫、鳥、魚、草食動物などにより形成される群れでは、群れ全体の動きを見ると群れの構成要素単独の振る舞いからは想像できないような複雑な動きをすることがある。また、群れの構成要素単独では成し得ないような規模の現象を群れで起こし外界に影響を与える

こともあり、群れに内在する計算能力を示唆している。そこで、多重集合を用いて群れを表し、群れの変化つまり多重集合の変化を計算とみなす新たな計算メカニズムが提案された³⁾。これはスワームオートマトン (Swarm Automaton) として定義され、その計算能力が解析されてきた^{4,5)}。本稿ではスワームオートマトンの概要を確認し、その計算能力について得られた結果を示す。

2. スワームオートマトン

まずはスワームオートマトンの概念を確認する。スワームオートマトンでは群れ (swarm) の構成要素はエージェント (agent) と呼ばれ、各エージェントは空間内に存在する他のエージェントから影響を受けることで変化する。空間内の群れは多重集合により表現される。エージェントは初期の状態から遷移規則に従い変化していく。また、エージェントの中には最終エージェントと呼ばれるものが含まれており、空間に存在するすべてのエージェントが最終エージェントとなるような状況に注目する。ここで、各遷移規則にはラベル付けがされているため、すべてのエージェントを最終エージェントに導く遷移規則列に関するラベルの文字列に注目することになる。そしてこのラベルの文字列がスワームオートマトンにおいて受理されると考える。つまり、群れの初期構成から最終エージェントのみで構成されるような状況に導くような遷移規則の文字列がスワームオートマトンで受理される。

スワームオートマトンの定義は以下のように形式的に

表される。スワームオートマトン $\Pi=(A, \Sigma, R, \tau_0, F)$ は、エージェントを表す有限集合 A 、アルファベットを表す有限集合 Σ 、遷移規則の有限集合 R 、初期構成 τ_0 、 $F \subseteq A$ を満たす最終エージェントの有限集合、これら5つの要素で定義される。ここで、 $A^\#$ は A 上の多重集合を表すとすると、初期構成は A 上の多重集合 $\tau_0 \in A^\#$ である。なお、要素数0である空多重集合 \emptyset を $A^\#$ は含む。

R を構成する遷移規則は $(a, \sigma_c) \xrightarrow{x} \sigma_p$ で表される、ただし $a \in A$ 、 $\sigma_c, \sigma_p \in A^\#$ 、 $x \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$ である。この遷移規則は空間にエージェント多重集合 σ_c が存在する場合に、 x でラベル付けされた規則を適用することで、エージェント a がエージェントの多重集合 σ_p に変化することを表す。そのため、 σ_c を文脈エージェント (context agent)、 σ_p を生成エージェント (product agent) と呼ぶ。

次に、前述の遷移規則の適用方法について、逐次方式 (sequential) と並列方式 (parallel) の2通りの方法を定義する。逐次方式ではある時刻に1つの遷移規則のみを適用するが、並列方式ではある時刻に空間内のすべてのエージェントに対して一斉に遷移規則を適用する。つまり逐次方式ではエージェントが1つずつ遷移規則に従い変化するのにに対し、並列方式ではすべてのエージェントが同時に変化を起こす。

形式的にはこれら2通りの遷移規則の適用は以下のように定義される。多重集合 $\tau, \tau' \in A^\#$ に対し、逐次方式による遷移 $\tau \xrightarrow{x}_s \tau'$ の必要十分条件は

- $\tau' = (\tau - \{a\}) + \sigma_p$
- 遷移規則 $(a, \sigma_c) \xrightarrow{x} \sigma_p$ が R に含まれる
- $\sigma_c \subseteq \tau - \{a\}$

と定義される。つまり、 R に含まれる遷移規則 $(a, \sigma_c) \xrightarrow{x} \sigma_p$ に対して、エージェント a を除いて空間に文脈エージェント σ_c が存在している場合に、エージェント a は生成エージェント σ_p に変化する (図1)。

並列方式による遷移 $\tau \xrightarrow{x}_p \tau'$ の必要十分条件は

- $\tau = \{a_1\} + \dots + \{a_m\}$
- $\tau' = \sigma_{p1} + \dots + \sigma_{pm}$
- 遷移規則 $(a_i, \sigma_{ci}) \xrightarrow{x} \sigma_{pi}$ が R に含まれる

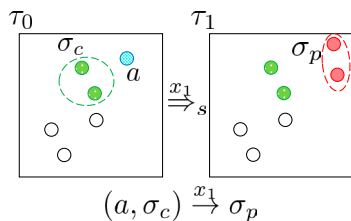


図1：逐次方式による遷移規則の適用についての概要図。遷移規則 $(a, \sigma_c) \xrightarrow{x} \sigma_p$ に対して文脈エージェント σ_c が空間に含まれる場合、エージェント a は生成エージェント σ_p に変化する。

- $\sigma_{ci} \subseteq \tau - \{a_i\}$ ただし $1 \leq i \leq m$

と定義される。つまり、 τ が m 個のエージェント a_i ($1 \leq i \leq m$) で構成される場合に、各エージェント a_i に対して遷移規則 $(a_i, \sigma_{ci}) \xrightarrow{x} \sigma_{pi}$ を一斉に適用する (図2)。ここで、各遷移規則に対して多重集合 τ にはエージェント a_i を除いて空間に文脈エージェント σ_{ci} が含まれており、 τ' は各遷移規則の生成エージェント σ_{pi} から構成される。なお、ここで適用される m 個の遷移規則はすべて同一の文字 x でラベル付けされている。

逐次方式 (s) または並列方式 (p) で定められる遷移モード (mode) $m \in \{s, p\}$ について、遷移列 $\tau_0 \xrightarrow{x_1}_m \tau_1 \xrightarrow{x_2}_m \dots \xrightarrow{x_n}_m \tau_n$ は $\tau_0 \xrightarrow{x_1 \dots x_n}_m \tau_n$ と表すことがある。また、遷移モード $m \in \{s, p\}$ によりスワームオートマトン Π で受理される言語は $L_m(\Pi) = \{x_1 \dots x_n \in \Sigma^* \mid \tau_0 \xrightarrow{x_1 \dots x_n}_m \tau_n, \tau_n \in F^*\}$ と定義される。なお、 Σ^* は Σ 上の文字列の全体の集合を表し、初期構成 τ_0 から最終エージェント F 上の多重集合に導く文字列が受理されることを表している。

ここで、整数 $N \geq 1$ に対しスワームオートマトン Π が N -エージェントであるとは、初期構成 τ_0 から導かれるどのような多重集合も高々 N 個のエージェントから構成されるとする。遷移モード $m \in \{s, p\}$ に対し、 N -エージェントスワームオートマトンで受理される言語族を $S_m(N)$ で表すとし、ある $N \geq 1$ に対し N -エージェントスワームオートマトンで受理されるような言語族を $S_m(F)$ で表すとする。つまり、 $S_m(F)$ は空間内に高々有限個のエー

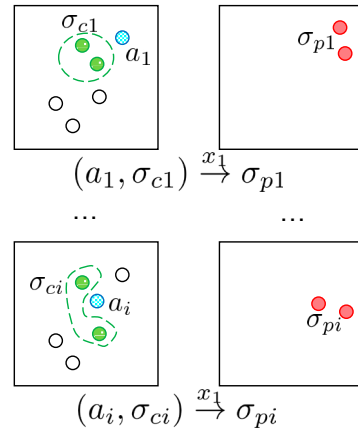


図2：並列方式による遷移規則の適用についての概要図。遷移規則 $(a_i, \sigma_{ci}) \xrightarrow{x} \sigma_{pi}$ に対して文脈エージェント σ_{ci} が空間に含まれる場合、空間内のすべてのエージェント a_i は生成エージェント σ_{pi} に一斉に変化する。

エージェント数が存在するようなスワームオートマトンで受理される言語族を表す。

3. スワームオートマトンの計算能力

スワームオートマトンの計算能力を考える前に、有限オートマトンという計算モデルの計算能力について説明しておく。有限オートマトンは入力文字に応じて遷移関数に従い自身の状態を初期状態から刻一刻と変化させる。「有限」オートマトンと呼ばれるのは遷移関数が有限であり、有限個の状態の中から1つの状態が選ばれていくためである。この有限個の状態の中には受理状態と呼ばれるものがあり、最初の状態（初期状態）から受理状態に導く文字列をオートマトンは受理する。有限オートマトンにより受理される言語は正則言語であり、正則言語族を REG で表すこととする。

まず1-エージェントスワームオートマトンについての結果を示す。

Lemma 1. $S_s(1)=S_p(1)=REG$.

1-エージェントスワームオートマトン Π を考える。1-エージェントスワームオートマトンでは空間内に存在するエージェント数は1以下であるため、どの遷移規則の文脈エージェントも空多重集合 \emptyset となり、生成エージェントは1つのエージェントから構成される。この場合、スワームオートマトン Π の遷移規則から有限オートマトンの遷移関数を直接的に作成できる。つまり、スワームオートマトンのエージェントを有限オートマトンの状態とみなすと、スワームオートマトンの遷移規則は有限オートマトンの遷移関数に対応する。また、スワームオートマトンの初期構成の要素であるエージェントは有限オートマトンの初期状態とし、スワームオートマトンの最終エージェントは有限オートマトンの受理状態とする。このように作成された有限オートマトンはもとの1-エージェントスワームオートマトンと等価であることは明らかである。

また、1-エージェントスワームオートマトンでは空間内のエージェント数が1以下であるため、遷移規則の適用については逐次方式と並列方式の区別なく考えられる。これらのことから Lemma 1が示される。

次に、空間内のエージェント数が1以上となるスワームオートマトンについて考える。

Lemma 2. $S_p(1) \subseteq S_p(2) \subseteq \dots \subseteq S_p(F)$.

Lemma 3. $S_s(1) \subseteq S_s(2) \subseteq \dots \subseteq S_s(F)$.

これらの補題は、遷移モード $m \in \{s, p\}$ 、整数 $N \geq 1$ に対する言語族 $S_m(N)$ と $S_m(F)$ の定義から明らかである。次に、並列方式における遷移モードに注目すると次の結果が得られる。

Lemma 4. $S_p(1)=S_p(2)=\dots=S_p(F)=REG$.

この補題を示すためには、Lemma 1および Lemma 2から $S_p(F) \subseteq REG$ を示せばよい。そこで、ある1以上の整数 N に対して並列方式で空間内のエージェント数が N 以内となる N -エージェントスワームオートマトン $\Pi=(A, \Sigma, R, \tau_0, F)$ を考えたときに、 $L_p(\Pi)$ を受理するような有限オートマトン M を作成できればよい。ここで、 N は有限でありエージェントを表す有限集合 A も有限であることから、空間内のエージェント集合について起こりうるすべての状況を列挙することができる。ここで列挙した状況は有限であり、各状況を有限オートマトン M の状態に対応付ける。この状態がどのように遷移するかは、スワームオートマトン Π の遷移規則 R から求めることができる。また、有限オートマトン M の初期状態および受理状態はスワームオートマトン Π の初期構成 τ_0 および最終エージェントの有限集合 F から設定すればよい。このようにして定義された有限オートマトン M の振る舞いはスワームオートマトン Π の振る舞いと完全に対応するものであり、スワームオートマトン Π と有限オートマトン M で受理する言語は同等である。

次に、逐次方式における遷移モードに注目すると次の結果が得られる。

Lemma 5. $S_s(1)=S_s(2)=\dots=S_s(F)=REG$.

この補題を示すためには、Lemma 1および Lemma 3から $S_s(F) \subseteq REG$ を示せばよい。そこで Lemma 4と同様に、ある1以上の整数 N に対して逐次方式で空間内のエージェント数が N 以内となる N -エージェントスワームオートマトン $\Pi=(A, \Sigma, R, \tau_0, F)$ を考えたときに、 $L_s(\Pi)$ を受理するような有限オートマトン M を作成できればよい。ここでも Lemma 4と同様に、空間内のエージェント集合について、起こりうるすべての状況を列挙することができ、それは有限である。また、有限オートマトンの遷移関数、初期状態、および受理状態もスワームオートマトン Π に対応して構成することができる。このようにして定義された有限オートマトン M の振る舞いはスワームオートマトン Π の振る舞いと完全に対応するものであり、スワームオートマトン Π と有限オートマトン M で受理する言語は同等である。

4. おわりに

群れを構成するエージェントが周囲のエージェントに応じて自身の状態を変化させるメカニズムに着想を得て定義されたスワームオートマトンと呼ばれる新たな計算モデルを概説した。スワームオートマトンにおいては、群れの構成要素数が有限であれば群れの構成要素数が1の場合と計算能力としては同等であることが示された。

このことは群れが逐次的に変化する場合でも並列的に変化する場合でも同様であり、このスワームオートマトンで受理される言語の言語族は正則言語族と等価であることが示された。形式言語理論におけるチョムスキー階層において、正則言語族は最も制約のある規則から生成される単純な言語族に位置していることが知られている。自然界で目にする群れが非常に複雑な振る舞いをしていることから考えると、本稿で示したスワームオートマトンの計算能力は乖離しているとも捉えられる。しかし現実の群れの振る舞いでは、互いの位置情報、コミュニケーション、周囲の環境特性、など様々な要因が群れの行動に影響を与えることがある。今後はこれらの要素をスワームオートマトンに追加し、計算能力がどのように変化するかを解析することが課題となる。このようにスワームオートマトンに新たな機能を追加し計算モデルとしての能力を解明することは、新たな計算モデルに対する数理解釈を深めることとなる。同時に、自然界に見る群れ現象に対する数理的な理解を深めることに繋が

り、群れの行動や情報伝達の複雑性を解明する手助けとなることが期待される。

参考文献

- 1) Păun G, Rozenberg G, Salomaa A: The oxford handbook of membrane computing. Oxford University Press, Inc., New York, NY USA (2010)
- 2) Ehrenfeucht A, Rozenberg G: Reaction systems. Fundamenta Informaticae. 75 (1-4), 263-280 (2007)
- 3) Fujioka K: Swarm-based multiset rewriting computing models. UCNC 2019. Lecture Notes in Computer Science 11493, 79-93 (2019)
- 4) Fujioka K: On the computational power of swarm automata using agents with position information. Natural Computing, 21, 605-614 (2022)
- 5) Fujioka K: On the hierarchy of swarm-automaton for the number of agents. Theory of Computing Systems, 67, 714-731, (2023)